4. COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES PLAQUES SANDWICHS A CŒUR EN NID D'ABEILLES VISCOÉLASTIQUE.

4.1 Introduction

L'étude des caractéristiques vibratoires des structures sandwich par approche analytique, expérimentale et numérique constitue elle-même un grand domaine de recherche depuis de nombreuses années. La littérature recense beaucoup de travaux portant sur les propriétés vibratoires des poutres en sandwichs avec un cœur viscoélastique, citant l'étude présentée pour la première fois vers les années 50 par Kerwin [1]. Les Structures sandwich avec un matériau de noyau viscoélastique contraint entre peaux présentent un moyen efficace d'amortissement en ingénierie. L'amortissement introduit la dissipation d'énergie qui aide à contrôler les vibrations des structures alors des nids-d'abeilles réguliers sont couramment utilisés pour les noyaux des plaques sandwich en raison de leurs propriétés de faible densité et de rigidité élevée.

L'amortissement contribue non seulement au contrôle du bruit ou des vibrations, mais joue également un rôle majeur dans la réduction de la fatigue structurelle et des dysfonctionnements des équipements, E M Kerwin [1] qui a introduit l'utilisation de la couche viscoélastique amortissante. Il a proposé que le mouvement de cisaillement produit en contraignant la surface extérieure de la couche viscoélastique avec un matériau rigide entraine une plus grande dissipation d'énergie. Un amortissement plus élevé réduit l'amplitude des vibrations à la résonance de la structure en améliorant ainsi les performances d'une structure soumise à un chargement dynamique [2].

Lazan [3] assure que l'amortissement peut être défini de différentes manières, elle est souvent associée à la quantité d'énergie dissipée. À qualifier le terme d'amortissement mécanique d'énergie dissipée dans un matériau ou une structure soumise à des contraintes cycliques. Rao [4] a défini que l'amortissement est le processus d'extraction de l'énergie mécanique d'un système vibrant généralement par conversion en chaleur ou autre forme d'énergie. Kareem [5] a défini l'amortissement comme la capacité d'un système à être le rapport de la quantité d'énergie dissipée en un cycle d'oscillation à la quantité maximale d'énergie gagnée par le système pendant le cycle. La détermination de l'amortissement structurel des plaques sandwich peut être mesurée en utilisant un paramètre de facteur de perte défini par Birman [6]. Les matériaux viscoélastiques ont une propriété de dissipation d'énergie élevée et leur utilisation dans l'amortissement de couche contraint entraine la suppression du bruit et des vibrations [7]. L'utilisation de matériaux viscoélastiques pour les applications d'amortissement remonte aux

années 1950.Oberst [8] a d'abord proposé d'appliquer un matériau viscoélastique mince aux éléments de flexion pour le contrôle des vibrations. Di Taranto [9] a dérivé une équation différentielle de mouvement du sixième ordre en fonction de déplacement longitudinal basée sur le module de cisaillement complexe du matériau viscoélastique pour étudier le comportement viscoélastique des panneaux en sandwich. Ungar [10] a suggéré une approche multicouche contrainte de couches viscoélastiques et élastiques alternées pour un amortissement amélioré, et il a également aussi dérivé des expressions pour les facteurs de perte des poutres en sandwich.

Ungar et Kerwin [11] ont réexaminé la définition du facteur de perte, rapport entre l'énergie dissipée par cycle et l'énergie totale associée aux vibrations pour les systèmes viscoélastiques. Sur la base de ces travaux, Johnson et Kienholz [12] développent une méthode utilisant l'analyse par éléments finis pour déduire la quantité d'amortissement dans les structures à couches viscoélastiques. Mead et Markus [13] ont effectué un travail similaire pour dériver les facteurs de perte des plaques sandwich encastrées pour différentes conditions aux limites autres que les conditions aux limites simplement supportées. Ils ont montré que les valeurs maximales d'amortissement ne sont pas sensibles aux conditions aux limites, seule la fréquence à laquelle elles se produisent change en fonction de la condition aux limites utilisée. Plunkett et Lee [14] ont proposé que la quantité d'amortissement dépende également de la longueur effective de la couche viscoélastique en dehors de sa rigidité. Ils ont également déterminé la longueur optimale de la couche pour produire un amortissement plus élevé. Wang et Werely [15] ont développé un modèle d'analyse spectrale par éléments finis dans le domaine fréquentiel pour étudier le comportement dynamique des faisceaux sandwich avec noyaux viscoélastiques. Amichi et Atalla [16] ont proposé un modèle d'élément fini pour les poutres sandwich à âme viscoélastique qui permet des configurations symétriques et asymétriques.

La nature amortissante des structures composites dépend des propriétés micromécaniques des matériaux constitutifs, ainsi que les schémas de disposition composites. En général, l'amortissement d'une plaque ou d'une poutre composite peut être augmenté en variant les matériaux, la disposition géométrique ou en introduisant un matériau viscoélastique.

Étant donné la complexité du comportement dynamique des structures viscoélastiques, les essais expérimentaux ne peuvent pas être poussés sans limitations matérielles et technologiques, d'où la nécessité de logiciels informatiques pouvant gérer cette technique et maitrisant le comportement dynamique des structures viscoélastiques.

Dans ce chapitre, les capacités de vibration modales et d'amortissement du nid-d'abeilles des plaques sandwich à âme viscoélastique sont analysées à l'aide d'un modèle d'éléments finis développé dans ABAQUS. Le matériau viscoélastique utilisé pour le noyau en nid-d'abeilles est défini à l'aide de la série de Prony calculée à partir du modèle de Maxwell généralisé (les détails dans le chapitre 3). Les facteurs de perte définis par le rapport entre l'énergie dissipée et l'énergie de déformation élastique utilisés par les deux analyses dynamiques directe et quasi-statique. Le facteur de perte est également défini comme le rapport de la largeur de bande d'un résonateur à sa fréquence centrale lorsqu'il est soumis à un chargement harmonique. Il peut également être évalué à partir du graphique représentant l'amplitude des oscillations amorties en fonction des fréquences.

Des comparaisons sont faites entre cinq configurations de cellules suivant les valeurs et le signe du coefficient de Poisson (régulière, Poisson nul, auxétique)

4.2 Modélisation de la plaque sandwich

La modélisation de la plaque en sandwich est réalisée sur le code de calcul ABAQUS pour quatre matériaux (Aluminium, PTFE, Polycarbonate, PMMA) constituant le noyau de nid-d'abeilles interposé entre deux feuilles (les peaux) en aluminium. Deux différents modèles sont développés pour les cinq configurations de noyaux en nid d'abeilles.

1. Modèle de chargement dans le plan.
2. Modèle de chargement hors plan.

Le modèle de chargement dans le plan correspond à un modèle dans lequel un chargement est appliqué dans le plan suivant la direction 1.

Le modèle de chargement hors plan correspond à un modèle dans lequel une charge est appliquée dans la direction 3 normale au plan.

4.3 Géométrie des cellules suivant leur comportement conventionnel ou auxétique

Les cellules étudiées sont classées selon leurs valeurs du coefficient de poisson dans le plan ν_{12} (figure 4.1). Les paramètres géométriques pour chaque topologie sont récapitulés dans le tableau 4.1 avec les définitions suivantes :

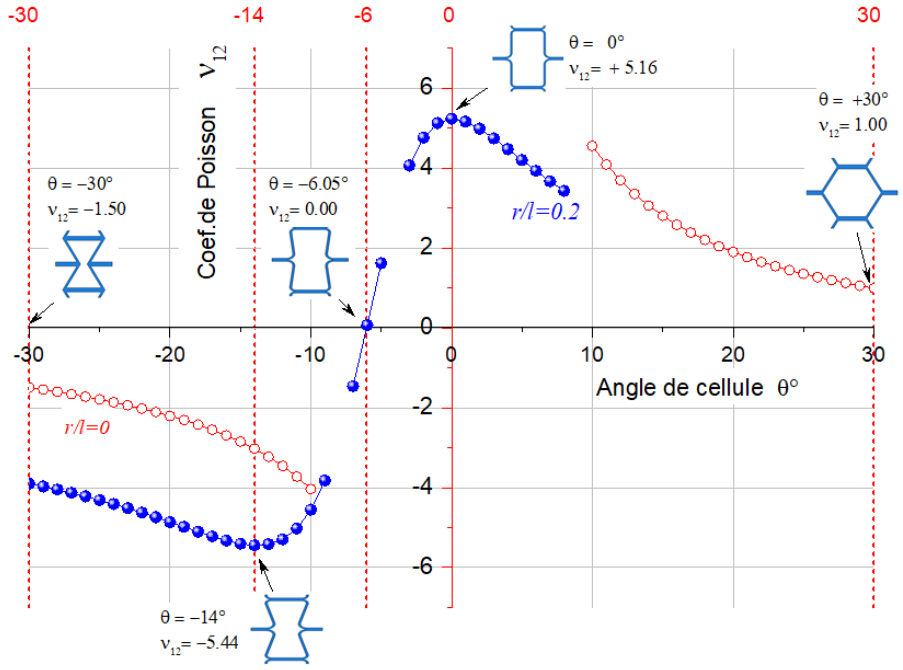


Fig. 4.1 Définition des différentes topologies de cellules utilisées suivant la valeur et le signe du coefficient de poisson ν_{12} pour les angles de cellules [-30°… 30°] et pour (classique *r/l=0* et courbé *r/l=0.2*)

* *La plus auxétique* : et sa dénomination est **C-Auxt (**courbé auxétique**)** : c'est la cellule qui possède le coefficient de Poisson de plus négatif dans le plan $\nu_{12} = -5.44$.

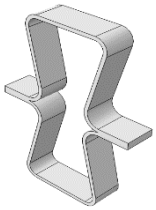
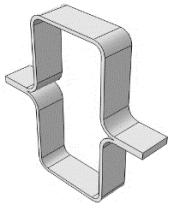
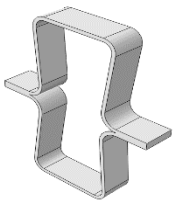
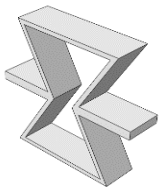
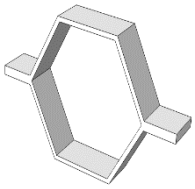
* *La plus conventionnelle* : et sa dénomination est **C-Conv (**courbée conventionnelle) : c'est la cellule qui possède le coefficient de Poisson le plus grand positif dans le plan $\nu_{12} = +5.16$.

* *La configuration à coefficient de poisson nul* : désignée par **P-Zero** est la cellule qui possède un coefficient de poisson nul $\nu_{12} = 0$.

* *La configuration hexagonale classique conventionnelle* : et sa désignation **H-Conv :** c'est la cellule classique qui possède un coefficient de poisson positif $\nu_{12} = +1$.

* *La configuration hexagonale classique auxétique (réentrante) :* et ça dénomination **H-Auxt (**Hexagonale Auxétique**)** : est la cellule classique rentrante qui possède un coefficient de poisson négatif $\nu_{12} = -1.49$

Tab. 4.1 les Paramètres géométriques et les modules élastiques effectifs des cinq cellules étudiées

	 C-Auxt	 C-Conv	 P-Zero	 H-Auxt	 H-Conv
	PARAMETRE GEOMETRIQUES EN mm				
r	2	2	2	0	0
a	10	10	10	15	10
l	10	10	10	10	10
t	0,318	0,388	0,358	0,208	0,365
	PARAMETRE GEOMETRIQUES EFFECTIFS				
$\alpha = r/L$	0,2	0,2	0,2	0	0
$\beta = a/L$	1	1	1	1,5	1
$\gamma = t/L$	0,0318	0,0388	0,0358	0,0208	0,0356
θ °	-14°	0°	-6.05°	-30°	30°
	MODULES ELASTIQUES EFFECTIFS				
E_1/Es	3.163E-04	8.130E-04	1.107E-03	3.111E-05	1.110E-04
E_2/Es	5.493E-06	1.458E-05	9.762E-06	1.380E-05	1.110E-04
E_3/Es	4.210E-02	4.210E-02	4.210E-02	4.210E-02	4.210E-02
G_{12}/Es	6.185E-06	1.446E-05	1.036E-05	1.160E-06	2.810E-05
$(G_{13}/Gs)^{Sup}$	2.976E-02	3.223E-02	3.136E-02	1.800E-02	2.110E-02
$(G_{13}/Gs)^{Inf}$	5.683E-03	4.862E-03	5.192E-03	7.000E-03	3.530E-03
$(G_{23}/Gs)^{Sup}$	2.390E-02	2.291E-02	2.306E-02	4.200E-02	3.510E-02
$(G_{23}/Gs)^{Inf}$	6.668E-03	1.070E-02	8.824E-03	6.000E-03	2.110E-02
ν_{12}	-5.444E+00	5.159E+00	-5.915E-03	-1.500E+00	9.950E-01
ν_{21}	-9.453E-02	9.253E-02	-5.218E-05	-6.650E-01	9.950E-01
ν_{13}	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
ν_{23}	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00

4.4 Modèle dans le plan

Le chargement est appliqué uniquement dans les directions (1 ou 2) dans le plan. Un modèle bidimensionnel est développé. Le nombre de cellules unitaires est 23 cellules. Les dimensions du volume élémentaire sont 176.4mm X 58.8mm. L'épaisseur de la paroi pour chaque type de cellule (t) est choisie pour maintenir une densité constante pour les différents types de cellules.

Les éléments constituant le modèle sont modélisés par des poutres de type Timochenko et les quatre matériaux ont étés examinés. La figure 4.*2* montre la géométrie du V.E.R en nid d'abeilles.

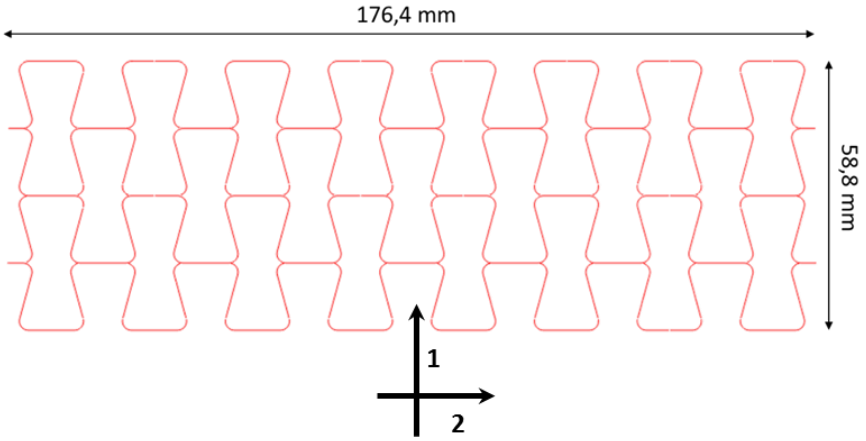


Fig. 4.2 Dimensions des modèles dans le plan pour toutes les configurations

4.5 Modèle hors plan

Dans ce cas, Une plaque carrée de 200 mm de côté et de 7 mm d'épaisseur, partagée entre les peaux d'épaisseur 1mm et le noyau de hauteur 5 mm. La plaque est soumise à des chargements dynamiques appliqués dans la direction (3) hors du plan.

4.5.1 Le cœur de sandwich

Le modèle en nid-d'abeilles de dimension 200mm x 200mm x 5 mm, contenant 119 cellules en nid d'abeilles (figure 4.3). Cinq topologies de cellules sont testées sous de différentes sollicitations. Les caractéristiques géométriques pour chaque configuration de cellule sont illustrées dans le tableau 4.1. Le modèle est testé pour quatre types de matériaux : Aluminium, PTFE, PMMA et le Polycarbonate.

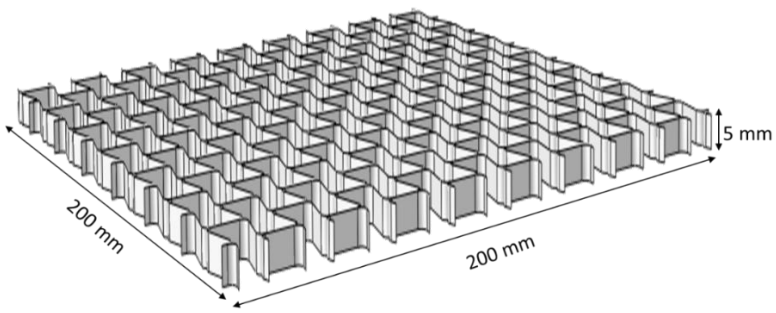


Fig. 4.3 Dimensions du modèle du noyau hors le plan

4.5.2 Les Faces de sandwich

Les deux faces (peaux) du sandwich sont constituées par deux feuilles carrées en Aluminium de côté de 200 mm, et d'épaisseur constante de 1mm. Les deux peaux sont assemblées au cœur du sandwich par une colle figure 4.4.

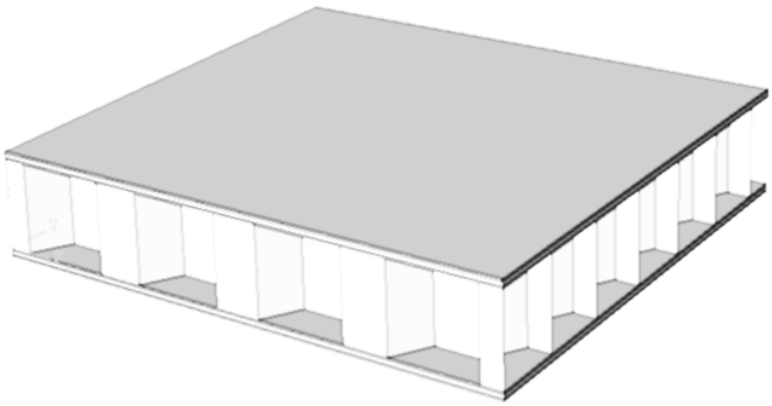


Fig. 4.4 Peaux de la plaque sandwich

4.6 Modèles d'éléments finis

Une simulation numérique est très utile pour la compréhension du phénomène et la maitrise de ses différents paramètres techniques. Grâce à ses performances, la méthode des éléments finis semble la plus appropriée pour la simulation numérique.
Les modèles dans le plan et hors plan sont maillés et testés pour les différentes analyses. Des travaux antérieurs [17, 18, 19, 20] ont utilisé le code ABAQUS pour l'étude par éléments finis des structures en nid d'abeilles. Les éléments de poutre sont utilisés pour les modèles bidimensionnels et les éléments de coque sont utilisés pour le modèle tridimensionnel.

Le détail des modèles pour les différents types de chargements dynamiques est exposé dans les sections suivantes.

4.6.1 Modèle dans le plan

Les simulations du modèle dans le plan ont été effectuées sur le code de calcul Abaqus, le modèle prend en compte 119 cellules maillées avec des éléments poutres (Timoshenko shear flexible beams B21) à deux nœuds et trois degrés de liberté par nœud.
Un test de convergence a été réalisé pour un modèle comportant 1544 éléments B21 affirme le nombre d'éléments nécessaires pour la convergence.

4.6.2 Modèle hors plan

La plaque en cœur cellulaire et à paroi mince est modélisée en utilisant des éléments de coques à 4 nœuds (S4R) avec 5 points d'intégration le long de la direction de l'épaisseur de l'élément. Les conditions aux limites (figure 4.7) sont choisies de façon à éviter le mode de déformation à énergie nulle,
Dans le modèle de chargement hors plan, les éléments coques S4R avec une intégration réduite sont utilisés pour modéliser l'âme et les deux peaux. L'élément S4R est un quadrilatère à 4 nœuds de la bibliothèque d'élément d'Abaqus.

Chaque paroi de cellule en nid-d'abeilles est maillée avec 16 éléments et 67 éléments pour chaque face. Le modèle entier contient 42300 éléments de coques S4R distribués entre le cœur et les deux faces :

- 4489 éléments pour chacune des faces
- 46789 éléments pour le cœur en nid-d'abeilles.

La figure 4.5 montre le maillage du cœur et la face supérieure

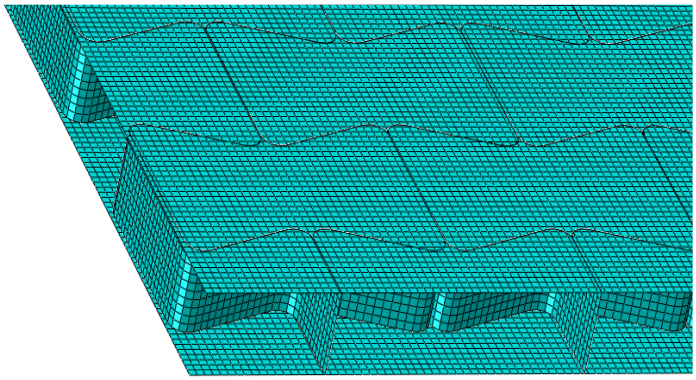


Fig. 4.5 maillage du modèle hors plan par des éléments coque S4R

4.6.3 Présentation de matériaux

Le matériau de base constituant les faces est l'Aluminium AA7075 dont les propriétés mécaniques élastiques sont :

- Module d'élasticité E = 70 000 MPa
- Coefficient de Poisson $\nu = 0.3$
- Masse volumique $\rho = 2700$ kg/m^3

Le cœur est constitué par l'un des polymères des trois matériaux viscoélastiques dont deux matériaux (PTFE, Polycarbonate) sont déjà étudiés en détail dans le chapitre 3. Les caractéristiques mécaniques et viscoélastiques sont représentées dans le tableau 4.2.

Tab. 4.2 Caractéristiques mécaniques des matériaux viscoélastiques utilisés

Matériau	PTFE		PMMA		POLYCARBONATE	
E (MPa)	162.74		2800		2075	
ν	0.46		0.38		0.37	
ρ (Kg/m³)	2200		1180		1200	
Paramètres de séries Prony (g^G, τ^G)	g^G	τ^G	g^G	τ^G	g^G	τ^G
	0.28259	0.0722	0.060296	0.009409	0.060101	0.0015332
	0.12045	0.8285	0.13813	0.08556	0.84558	2.1425
	0.03433	9.4188	0.014154	0.99118	0.09068	19.791
	0.053736	90.3667	0.26094	1.3196		

4.6.4 L'interaction entre les différents composants

Les différentes parties du sandwich (cœur et peaux) constituant la plaque sont assemblées en appliquant une interaction à l'interface des composants adjacents afin de raccorder les degrés de liberté du cœur à ceux des deux faces. L'algorithme de contact général a été utilisé pour simuler l'interaction de contact entre les différents composants.

4.6.5 Les conditions aux limites

Pour le modèle dans le plan, les trois degrés de liberté U_1, U_2 et UR_3 de l'élément B21 sont bloqués aux extrémités du VER comme il est montré dans la figure 4.6,

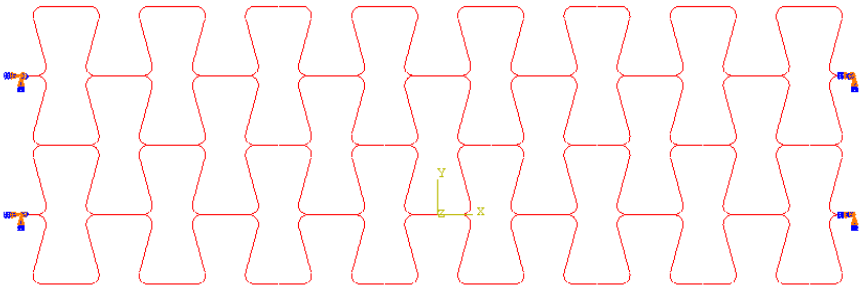


Fig. 4.6 Les conditions aux limites du modèle dans le plan

Dans le modèle hors plan (figure 4.7), les six degrés de liberté U_1, U_2, U_3, UR_1, UR_2 et UR_3 de l'élément S4R sont bloqués pour les bords illustrés dans la figure 4.7. La plaque est supposée parfaitement encastrée sur les quatre côtés. Les conditions aux limites sont choisies de façon à éviter le mode de déformation artificielle à énergie nulle.

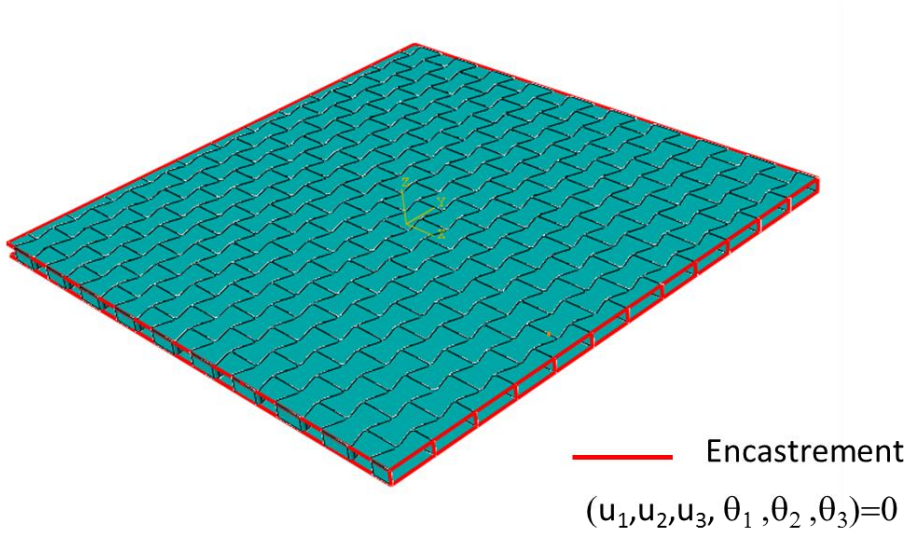


Fig. 4.7 Les conditions aux limites du modèle hors plan

En générale, et pour une analyse dans le plan, le modèle formé par un assemblage des éléments de poutre avec la prise en compte de l'effet des déformations axiales et de cisaillement est le plus efficace pour le comportement dynamique dans le plan. L'élément coque donne aussi de bons résultats, et permet aussi de tenir compte de la profondeur de la plaque dans le modèle qui devient indispensable pour l'évaluation des caractéristiques dynamiques dans le cas de vibrations hors plan.

4.7 Procédure et technique de l'analyse

Quatre analyses sont utilisées sur les plaques sandwich, les résultats qui seront utilisés pour déterminer les caractéristiques d'amortissement.

- Fréquences naturelles
- Analyse directe en régime permanent- La méthode de largeur de bande -3dB-
- Analyse quasi statique

Dans toutes les analyses, les résultats ont été calculés en considérant un module d'Young à long terme attribué au polycarbonate, ces analyses seront expliquées en détail dans les prochaines sections.

4.8 Vibrations libres - fréquences naturelles

Si le système est soumis à une excitation externe, il peut entrer en résonance avec chacune des fréquences propres associées aux différents modes normaux. Cette considération est décisive. Il est important de déterminer ces fréquences propres afin d'assurer que dans les conditions normales d'utilisation de la structure ne sera pas soumise à des excitations dans leurs domaines fréquentiels.

Le système possède autant de fréquences naturelles que de degrés de liberté et à chaque fréquence naturelle, il y a un mode propre de vibration. Un mode est un état de vibration qui possède une configuration de déplacement particulière. Chacun des modes est indépendant des autres lorsque l'amortissement du système est proportionnel. Les Fréquences modales non amorties et les formes de mode correspondantes des plaques sandwich sont étudiées en utilisant l'analyse d'extraction de fréquence naturelle dans ABAQUS.

Cette analyse consiste à calculer les fréquences propres de la structure et les facteurs de participation modale en négligeant l'effet de l'amortissement, l'objectif de cette analyse est de déterminer la plus petite valeur de la fréquence qui engendre la plus grande contrainte de la structure.

L'analyse est configurée dans ABAQUS comme suit :

- Type de calcul (Step) : Perturbation linéaire fréquence.
- Les dix premières fréquences naturelles du système sont demandées.
- Les charges ne peuvent pas être appliquées pendant cette analyse.

4.8.1 Résultats du modèle dans le plan

Le tableau 4.3 récapitule les dix premières fréquences naturelles pour les cinq configurations de cellules en Aluminium, la variation nous montre que les fréquences fondamentales les plus élevées se produisent dans les configurations conventionnelles H-Conv (f_1 =71.45 *Hz*) et C-Conv (f_1=32,91 Hz). Les résultats sont aussi représentés graphiquement dans la figure 4.8. Les déformées des six premiers modes sont présentés dans la figure 4.11 (b).

Tab . 4.3 Les fréquences des dix premiers modes pour les différentes Topologies dans le plan (Aluminium)

	Fréquence (Hz)				
Mode	C- Conv	C-Auxt	H-Auxt	H-Conv	P-Zero
1	32.911	16.729	15.283	71.452	23.588
2	66.696	36.337	31.149	146.842	49.367
3	74.719	38.337	49.363	195.415	54.509
4	121.424	63.016	59.819	232.698	90.535
5	133.967	72.257	67.178	315.190	98.806
6	162.780	87.236	79.848	341.805	126.588
7	194.360	107.231	85.240	352.711	148.281
8	195.304	109.356	102.719	398.657	155.567
9	202.239	112.900	108.123	409.229	158.604
10	220.555	130.768	110.210	429.983	179.381

D'après les résultats, on peut tirer les remarques suivantes :

1- Les fréquences naturelles des cellules conventionnelles sont toujours supérieures par rapport à celles des cellules auxétiques.
2- Les fréquences modales des cellules hexagonales conventionnelles (H-Conv) présentent les limites supérieures et celles des cellules auxétiques (H-Auxt), les limites inférieures. Les autres topologies de cellules se trouvent enveloppées par les deux limites.
3- Les fréquences modales des cellules à coefficient de Poisson nul (P-Zero) présentent des valeurs intermédiaires entre la conventionnelle et l'auxétique.
4- La rigidité dans le plan des topologies auxétiques présentées par C-Auxt et H-Auxt, est plus faible par rapport aux topologies conventionnelles.
5- L'influence de la courbure sur les valeurs des fréquences naturelles est plus importante dans les topologies conventionnelles.

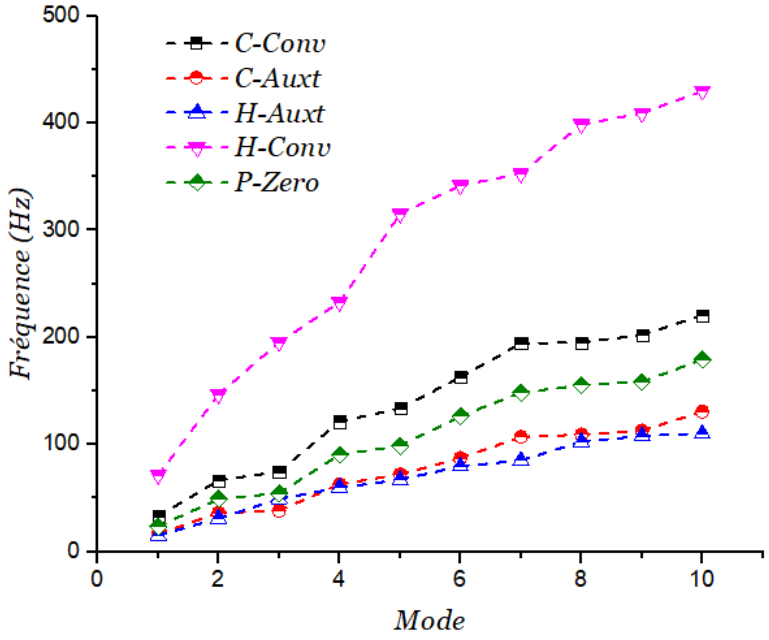


Fig. 4.8 Variation de la fréquence pour les dix premiers modes de vibration (Aluminium)

4.8.2 Résultat hors plan

Tab. 4.4 Les fréquences des 10 premiers modes pour chaque configuration hors plan (Aluminium)

	Fréquence (Hz)				
Mode	H-Auxt	H-Conv	C-Auxt	C-Conv	P-Zero
1	1759.617	1773.593	1716.213	1715.804	1715.561
2	3345.796	3440.137	3116.593	3134.519	3125.961
3	3467.963	3445.780	3448.135	3420.267	3436.414
4	4828.064	4878.686	4598.085	4588.220	4597.800
5	5560.963	5777.843	5022.256	5034.918	5018.185
6	5924.693	5830.429	5969.802	5866.140	5927.359
7	6855.301	7018.270	6278.158	6270.070	6272.500
8	7069.587	7030.931	6897.708	6802.568	6867.797
9	8188.147	8591.896	7172.820	7175.970	7173.074
10	8845.410	8610.748	8240.490	8222.065	8250.567

Dans ce cas, les fréquences sont très importantes que dans le plan. La variation des fréquences naturelles pour les cinq configurations est représentée dans la figure 4.9 et le tableau 4.4. Les modes propres de vibrations sont dominés par des modes de flexion et les valeurs des fréquences sont très proches pour les différentes configurations. Les résultats montrent que la topologie des cellules à une faible influence sur les valeurs des fréquences naturelles dans le cas de vibration hors plan. On peut noter aussi que les topologies hexagonales sont les plus

rigides et cela est dû à l'influence de la rigidité en cisaillement hors plan G_{13} et G_{23} (Voir chapitre 2). Les déformées des six premiers modes sont présentés dans la figure 4.11 (a).

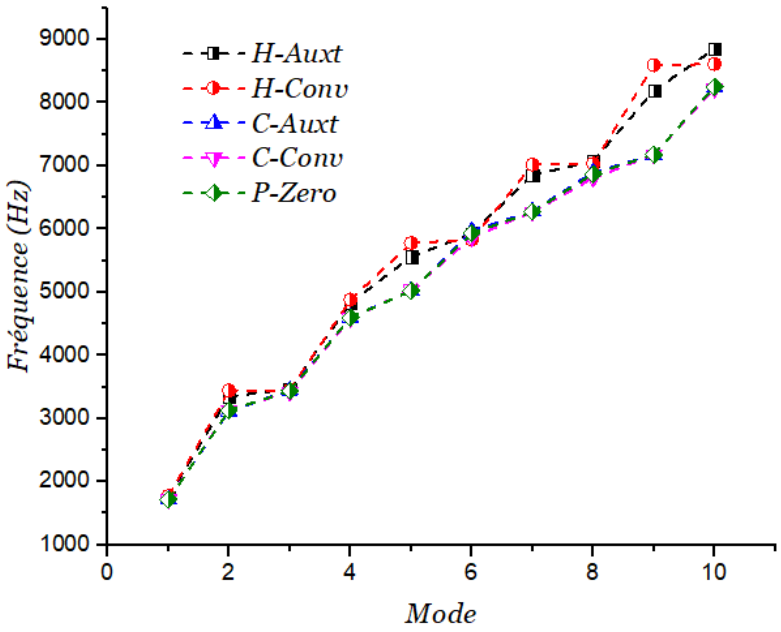


Fig. 4.9 Variation de la fréquence pour les dix premiers modes

4.8.3 L'effet de types de matériaux viscoélastiques sur la vibration libre des plaques sandwich

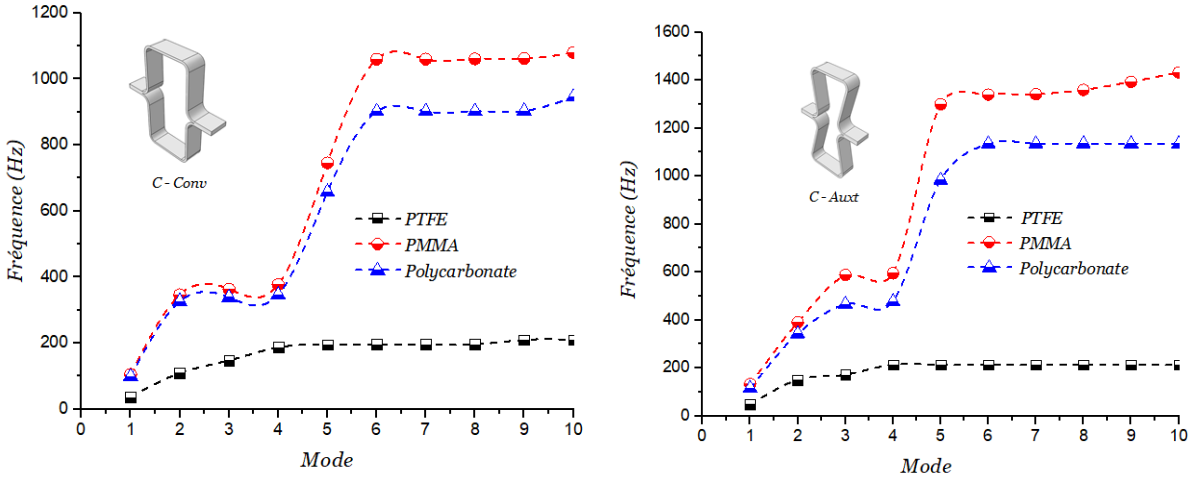
Dans le chapitre précédent, nous avons présenté une étude détaillée sur les matériaux viscoélastiques, ces caractéristiques, les modèles rhéologiques qui décrivent le comportement en fluage et de relaxation des matériaux en utilisant les trois polymères PMMA, PTFE, Polycarbonate. Dans cette partie, nous présentons l'effet du type de matériau viscoélastique constituant l'âme de la plaque sandwich renforcée par des peaux en aluminium sur les fréquences modales dans les deux topologies de cellules courbées conventionnelles et auxétiques : C-Conv et C-Auxt.

Les résultats des vibrations libres sont présentés sur le tableau 4.5 et les graphes de la figure 4.10.

Le sandwich en cœur en PMMA présente des fréquences les plus élevées par rapport aux deux autres matériaux (PTFE et Polycarbonate). Aucun changement notable dans les fréquences à partir du 4^{e} mode pour le PTFE. On peut voir aussi que les fréquences du sandwich en Polycarbonate varient entre les deux autres matériaux et proches du PMMA, et cela explique par la conséquence de l'écart entre les rigidités spécifiques de différents matériaux.

Tab. 4.5 Les fréquences naturelles des dix premiers modes pour les trois matériaux et les deux topologies (Modèle hors plan)

	C - Conv			C - Auxt		
	Fréquence (Hz)					
Mode	PTFE	PMMA	Polycarbonate	PTFE	PMMA	Polycarbonate
1	36.240	105.055	98.568	49.656	133.024	36.240
2	109.216	346.400	326.289	150.701	390.121	109.216
3	147.395	363.168	338.274	171.849	587.659	147.395
4	187.083	376.910	345.946	213.505	594.727	187.083
5	195.367	745.500	657.146	213.509	1299.300	195.367
6	195.525	1059.404	901.257	213.509	1339.746	195.525
7	195.603	1059.821	901.547	213.509	1341.162	195.603
8	195.608	1060.388	901.936	213.509	1359.148	195.608
9	209.810	1061.475	902.968	213.509	1392.930	209.810
10	209.846	1080.212	945.234	213.509	1432.414	209.846

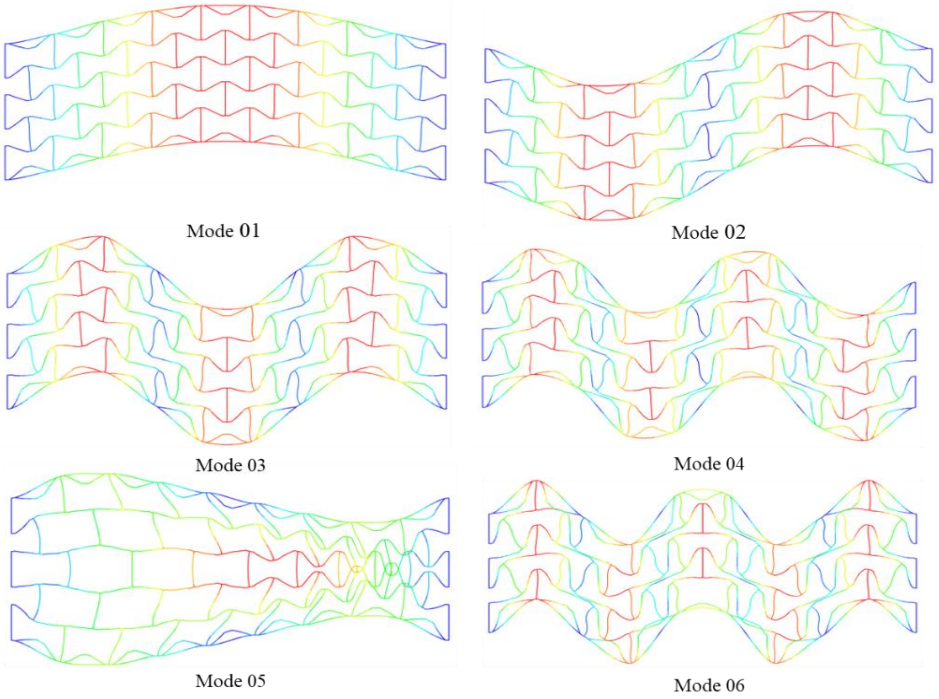


a) b)

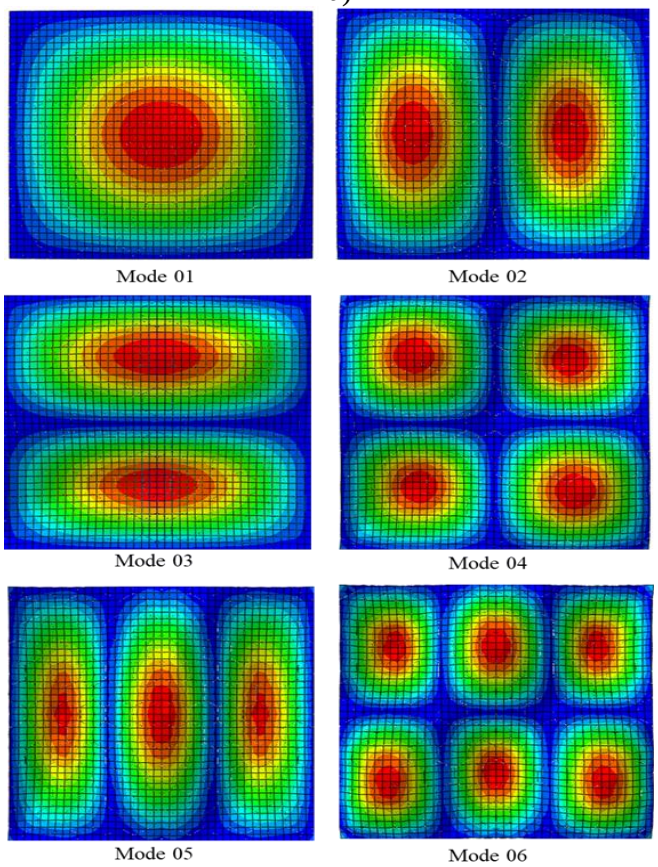
Fig. 4.10 Comparaison de la variation de la fréquence modale pour les 3 trois matériaux et pour :

a) C–Conv b) C-Auxt

4.8.4 Déformées des six premiers modes de vibration pour les deux modèles



a)



b)

Fig. 4.11 Les six premiers modes de vibration pour les deux modèles :

a) dans le plan b) hors plan

4.9 Vibrations forcées et Calcul de l'amortissement

L'amortissement d'un matériau est le mécanisme de dissipation d'énergie, cette dissipation engendrant une atténuation de mouvement. La dissipation d'énergie peut être due à plusieurs phénomènes tels que les frottements internes dans le matériau ou externe comme la résistance de l'air et les frottements.

L'amortissement fournit un procédé avantageux pour réduire l'amplitude d'instabilités et de résonances dynamiques dans une structure, la modélisation de l'amortissement est un point faible dans les simulations dynamiques numériques des structures. En effet, dans la grande majorité des cas supposés visqueux (amortissement de Rayleigh, modal, etc.),

Les modèles d'amortissement manquent d'une base physique claire, et la quantité d'énergie qu'ils dissipent est difficile à maitriser au cours des analyses numériques. Ces modèles ne permettent notamment pas de représenter les trois phases chronologiques caractéristiques de la réponse dynamique d'une structure. Les phénomènes physiques intervenant dans cette dissipation d'énergie sont nombreux frottements, interaction fluide-structure, chocs, viscosité, et plasticité. Les modèles de comportement représentant ces phénomènes sont souvent mal éprouvés et il n'est pas possible de les décrire explicitement au niveau élémentaire. Les modèles simples qui permettent de reproduire à l'échelle macroscopique les principaux effets sur les structures sont :

- Amortissement visqueux : énergie dissipée proportionnelle à la vitesse du mouvement,
- Amortissement hystérétique (amortissement structural) : énergie dissipée proportionnelle au déplacement tel que la force d'amortissement est de signe opposé à celui de la vitesse.

4.9.1 Analyse dynamique direct en régime permanant

En présence d'amortissement, l'amplitude d'équilibre dynamique dépend de l'importance des forces d'amortissement. La mesure de l'amortissement se réalise alors par la mesure de bande. Là aussi, la mesure d'amortissement sera unique et pour certains types d'amortissement, tels que visqueux ou d'hystérésis, mais dépendra de l'amplitude pour d'autres types d'amortissement, tels que le frottement sec, et doit donc être employée avec une certaine attention.

Une analyse transitoire de la réponse dynamique évalue la réponse périodique du système aux charges cycliques. L'entrée de charge prend la forme d'une fréquence pilote avec des amplitudes correspondantes. Dans une analyse en réponse harmonique, on calcule l'amplitude

et la phase des déplacements, des vitesses, des accélérations et des contraintes d'un modèle en réponse à une charge oscillant à différentes fréquences.

Pour déterminer la réponse en fréquence des panneaux sandwich, un état d'équilibre direct d'analyse est effectué. Cette analyse permet de déterminer l'amplitude et la phase en régime permanent de la réponse du système due à une excitation harmonique à une fréquence prédéterminée. L'analyse est exécutée sur le code de calcul ABAQUS en imposant une pression harmonique uniforme de 1 MPa appliquée sur la face supérieure du modèle hors plan, et une charge linéaire uniforme de 0,1 N/mm appliquée sur l'extrémité supérieure du VER dans le modèle dans le plan.

4.9.1.1 Méthode de la bande passante - Facteur de perte η_f -

L'analyse modale représente un outil très efficace pour déterminer les propriétés dynamiques d'un système mécanique à partir de ses fréquences de résonance. Ce procédé permet de décrire une structure en termes de caractéristiques dynamiques propres : fréquences propres, modes propres et amortissement modal.

La simulation numérique permet de construire la courbe de réponse en fonction des fréquences d'une structure soumise à des chargements harmoniques de type $P_o \sin(\omega t)$ à des intervalles des fréquences encadrant la fréquence de résonance, et en traçant la courbe représentant les variations des amplitudes des déplacements résultants en fonction des fréquences appliquées.

Une courbe type de réponse en fréquence pour une structure à amortissement modéré est présentée à la figure 4.12.

Le facteur de perte η_f est défini comme le rapport de la plage de fréquences entre les deux demi-points de puissance à la fréquence naturelle dans un mode.

L'un des paramètres utilisés pour décrire l'amortissement modal du panneau sandwich est le facteur de perte (η_f), qui représente la capacité de la structure à amortir les vibrations intérieures provenant de l'environnement extérieur. Dans la présente section, les facteurs de perte seront calculés uniquement pour les pics de résonance correspondant au premier mode à l'aide de la méthode de la ***bande passante*** **(**largeur de bande à −3 dB) présentée ci-dessus.

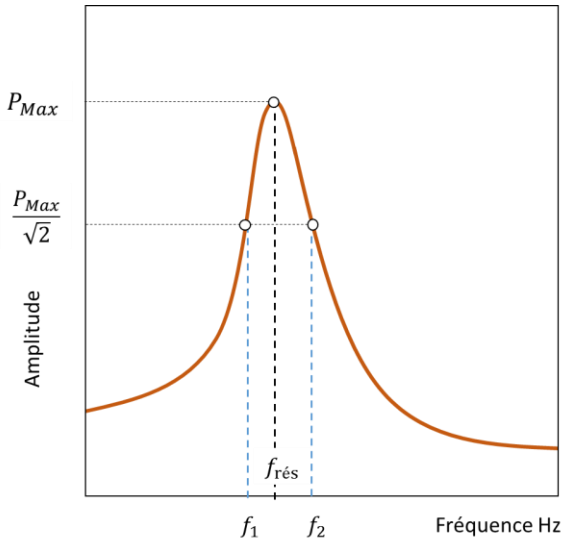


Fig. 4.12 Courbe de réponse en fréquence pour un système faiblement amorti

η_f : Le facteur de perte

$$\eta_f = 2\xi = \frac{f_2 - f_1}{f_0} \tag{4.1}$$

$f_{rés}$ Est la fréquence correspondant à l'amplitude (P_{max}) du pic résonant dans la réponse en fréquence. f_1 *et* f_2 Sont les fréquences correspondant aux demi-points de puissance [22].

Les demi-points de puissance sont les points de la réponse en fréquence correspondant à une amplitude qui égale à $\frac{P_{max}}{\sqrt{2}}$.

Les facteurs de perte η_f sont calculés en considérant les pics de résonance correspondant au premier mode de vibrations pour les cinq cellules étudiées.

4.9.1.2 Résultats du modèle dans le plan et hors plan

La réponse en fonction de la fréquence d'une structure à amortissement modéré est présentée dans les figures 4.13 et 4.14 en échelle semi-logarithmique. On peut constater que les valeurs de l'énergie de déformation élastique *EDS* varient fortement pour les basses fréquences et qu'elles baissent légèrement pour les hautes fréquences et pour toutes les topologies de cellules. La topologie P-Zéro présente les amplitudes maximales pour les deux directions de chargement.

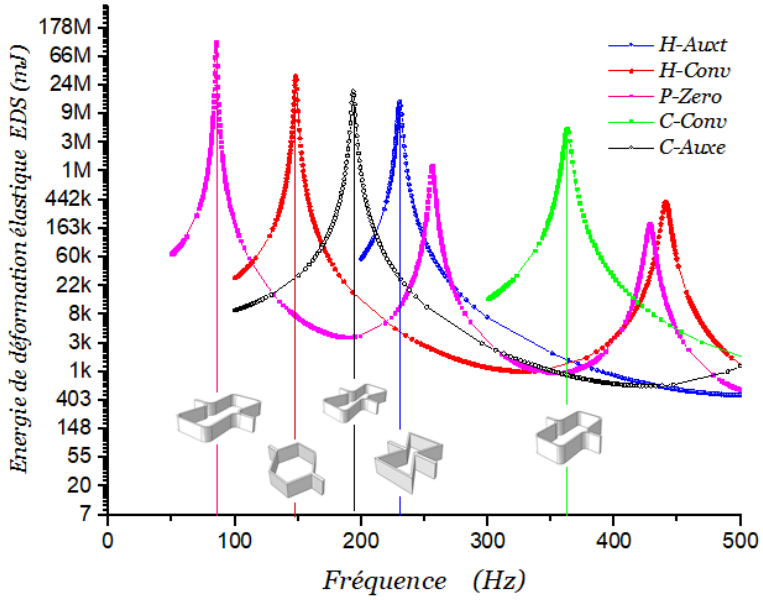


Fig. 4.13 Comparaison de la réponse en fréquence pour les cinq configurations pour le modèle dans le plan

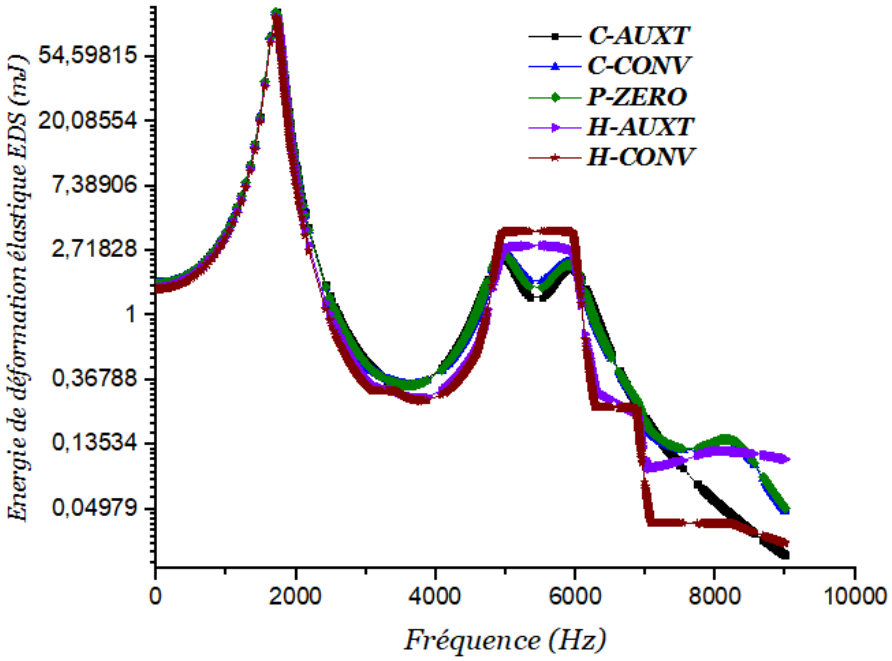


Fig. 4.14 Comparaison de réponse en fréquence pour les cinq configurations pour le modèle hors plan

Les résultats du tableau 4.6 montrent que la configuration C-Auxt présente un facteur de perte modal le plus élevé par rapport aux autres topologies et pour les deux cas de chargement dans et hors le plan. Un écart relatif de 36.13% est enregistré entre les deux modèles (dans et hors le plan). Notons ici que l'effet de la paroi courbée est remarquable pour les valeurs d'amortissement.

Tab. 4.6 les facteurs de perte η_f pour les configurations étudiés dans et hors plan

		η_f				
		C-Auxt	C-Conv	P-Zero	H-Auxt	H-Conv
η_f	*Dans le plan*	**0,056369**	0,046521	0,044257	0,041446	0,043156
	Hors plan	**0.088263**	0.087319	0,086753	0,079825	0,082655

4.9.2 Visco-analyse

Deux types de mesures de facteur de perte sont calculés à partir de cette analyse, en utilisant les données ci-dessus, le facteur de perte quasi statique (η_q), et le facteur de perte d'énergie hystérétique (η_{Hys}). Une charge harmonique unitaire est appliquée (figure 4.15) pendant cette analyse.

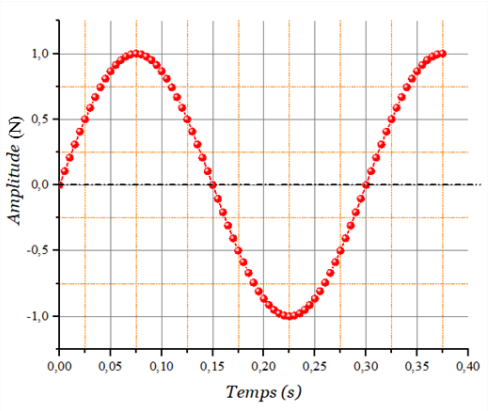


Fig. 4.15 Amplitude de la charge harmonique

4.9.2.1 Facteur de perte Quasi-statique

Le facteur de perte est évalué à partir d'une analyse quasi statique, le facteur est le rapport entre l'énergie dissipée par fluage et l'énergie élastique de déformation [21].

$$\eta_q = \frac{D_q}{2\pi U_q} \tag{4.2}$$

Avec : D_q : Energie dissipée par viscoélasticité au cours d'un cycle de chargement. (EDV)

U_q : l'Énergie de déformation élastique du système (EDS)

$$D_q = D_q\{t = 0.375s\} - D_q\{t = 0.075s\} \tag{4.3}$$

L'analyse est configurée dans ABAQUS pour un type de calcul (Step) : Visco L'énergie de déformation et l'énergie dissipée due au fluage du système sont déterminées en fixant une période de 0.375s pour un incrément de 0.001.

4.9.2.1.1 Résultats du modèle dans le plan

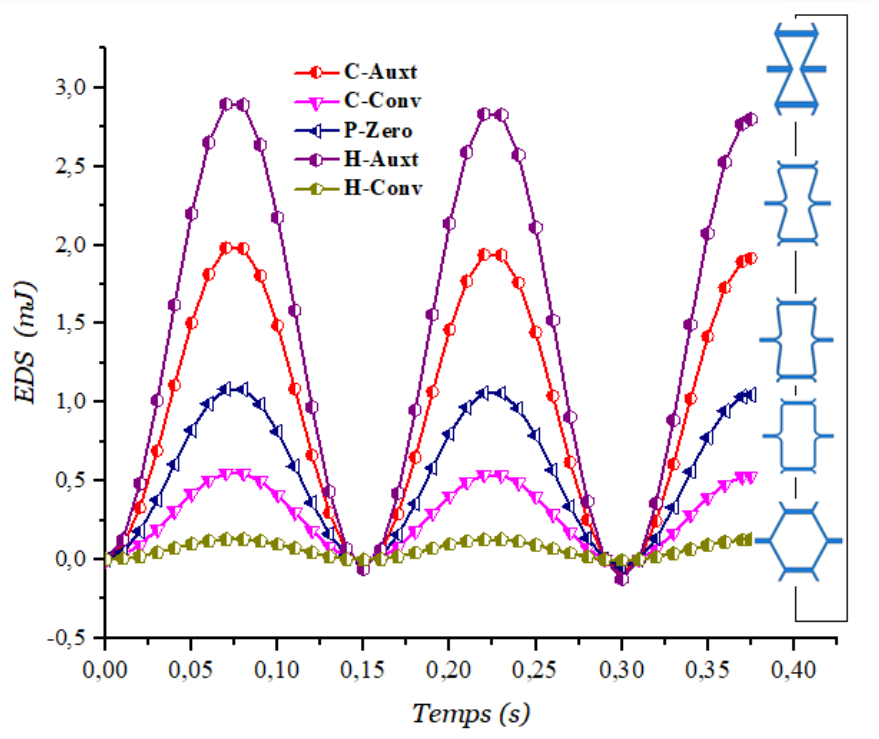


Fig. 4.16 Variation de l'énergie de déformation élastique en fonction du temps pour le modèle dans le plan.

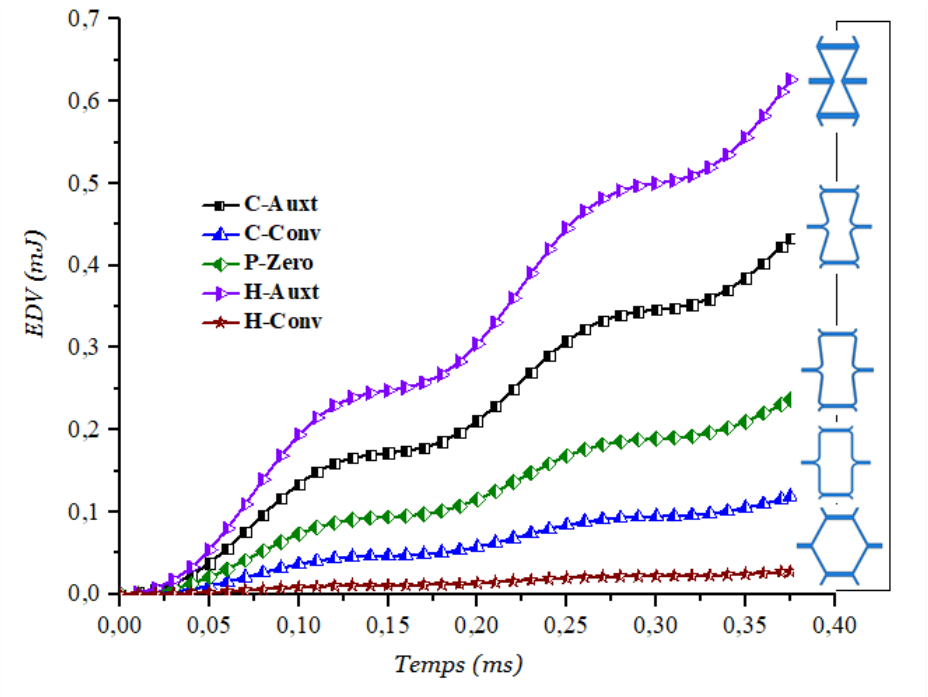


Fig. 4.17 Variation de l'énergie dissipée par viscoélasticité en fonction du temps pour le modèle dans le plan.

La variation des énergies EDS et EDV pour les modèles dans le plan pour chaque topologie de cellules constituant les noyaux en fonction du temps est montrée dans les figures 4.16 et 4.17.

La figure 4.16 montre une variation sinusoïdale de l'énergie de déformation. Notons que la configuration H-Auxt emmagasine une énergie de déformation la plus élevée par rapport aux autres configurations, suivies par C-Auxt avec une réduction de 52.46%. Les plus faibles énergies correspondent à la cellule hexagonale classique H-Conv avec un taux de réduction relatif de 78%.

Tab. 4.7 Les Facteurs de parte quasi statique pour le modèle dans le plan

	C-Auxt	C-Conv	P-Zero	H-Auxt	H-Conv
EDV	0,08637	0,02355	0,04717	0,12446	0,00552
EDS	1,98124	0,54829	1,08274	2,89451	0,12892
η_q	0,00694	0,00683	0,00693	0,00684	0,00682

Les facteurs de perte quasi statique pour les cinq topologies sont résumés dans le tableau 4.7, les résultats montrent une légère différence dans les valeurs de η_q pour les diverses topologies testées, par exemple la cellule C-Auxt présente un écart 1.14 % par rapport aux autres cellules.

4.9.2.1.2 Résultats du modèle hors plan

La figure 4.18 présente la variation de l'énergie élastique du système en fonction du temps pour de diverses topologies de cellules. La courbure des cellules joue un rôle dans les valeurs maximales de l'énergie surtout dans le cas des topologies auxétiques.

La variation de l'énergie dissipée par viscoélasticité en fonction du temps est représentée sur la figure 4.18. Les topologies courbées varient à l'intérieur d'espace limité par la cellule hexagonale classique H-Conv et la cellule hexagonale auxétique présentant la limite inférieure et un écart de 28% en temps final.

Tab. 4.8 Facteurs de perte quasi statique pour le modèle hors plan

	C-Auxt	C-Conv	P-Zero	H-Auxt	H-Conv
EDV	271,516	238,745	253,222	276,728	200,050
EDS	16600,380	16525,611	16479,941	15441,653	15152,201
η_q	0,002604	0,002300	0,002446	0,002853	0,002102

Les facteurs de perte quasi-statique η_q obtenus par le modèle hors plan pour les cinq topologies de cellules sont récapitulés dans le tableau 4.8. Les topologies auxétiques présentent le facteur de perte le plus important que les topologies conventionnelles.

La topologie H-Conv possède la plus faible valeur du facteur de perte η_q avec un taux de réduction de 26.3 par rapport à la topologie H-Auxt.

Les cellules auxétiques présentent le facteur le plus important dans le modèle hors plan.

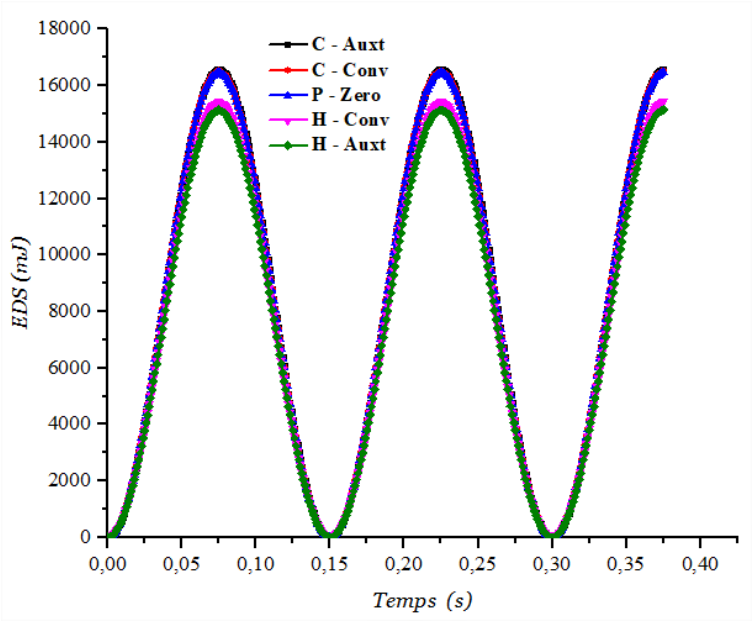


Fig. 4.18 Variation de l'énergie de déformation élastique en fonction du temps pour le modèle hors plan.

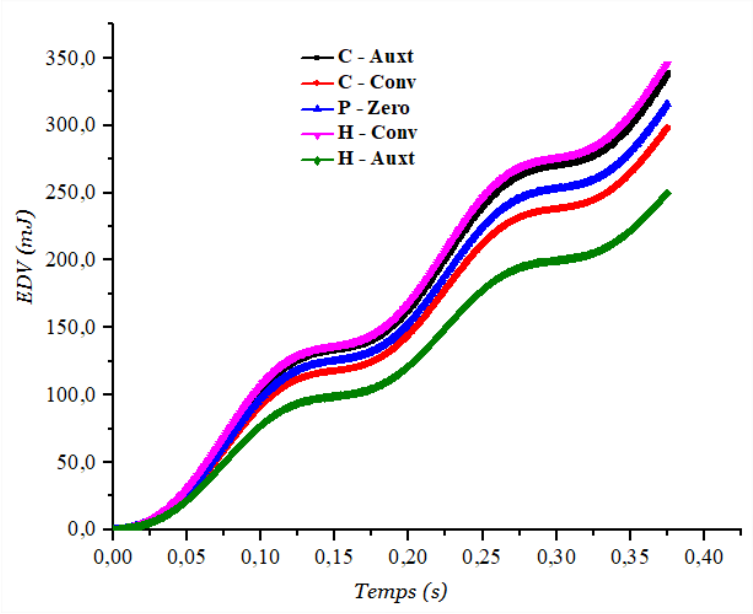


Fig. 4.19 La variation de l'énergie dissipé par viscoélasticité en fonction du temps pour le modèle hors Plan.

4.9.2.2 Amortissement hystérétique

L'amortissement provenant des forces internes à l'échelle microscopique porte le nom d'amortissement hystérétique, ou amortissement structural. La perte d'énergie durant un chargement cyclique est mesurée par l'aire délimitée par le graphe force-déplacement.

Un matériau viscoélastique soumis à un chargement dynamique cyclique doit absorber une partie de l'énergie de déformation. Lors d'un cycle de charge, décharge, la loi de comportement d'un matériau viscoélastique présente une boucle d'hystérésis dont la surface représente l'énergie dissipée dans le matériau au cours de ce cycle. La figure 4.20 représente une boucle d'hystérésis de facteur de perte η_{Hys}. Pour beaucoup de matériaux, la mesure de cette surface peut s'avérer très difficile tant les quantités d'énergie mises en jeu sont faibles.
On va définir alors le facteur de perte, encore une fois, comme le rapport de l'énergie dissipée dans le matériau sur (2 π) fois l'énergie stockée.

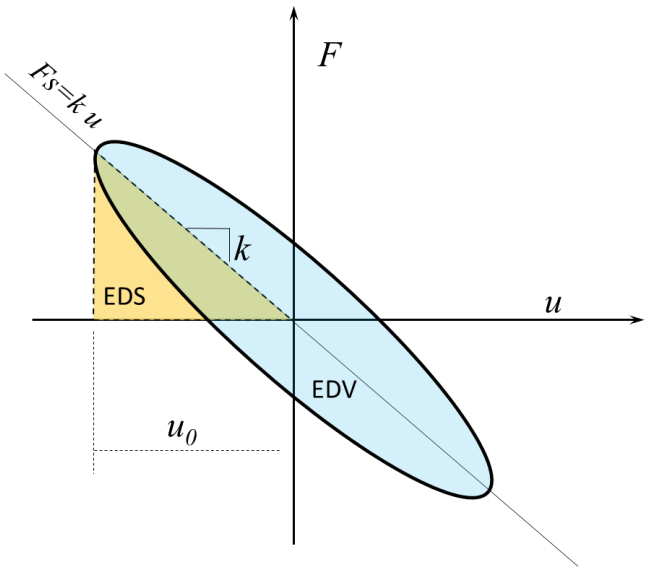


Fig. 4.20 Courbe d'amortissement hystérétique.

La figure 4.20 représente les forces appliquées au système en fonction du déplacement, l'aire interne dans la boucle qui est proportionnelle à la quantité de l'énergie dissipée pendant une période du mouvement.
Les courbes d'hystérésis des plaques sandwich avec la topologie C-Auxt et pour les deux directions sont indiquées dans les figures 4.21 et 4.22. Les résultats montrent que durant un cycle de chargement et déchargement, l'aire occupée par la courbe de l'énergie dissipée est étroite engageant un faible facteur de perte.

4.9.2.2.1 Résultat Hystérétique dans et hors plan

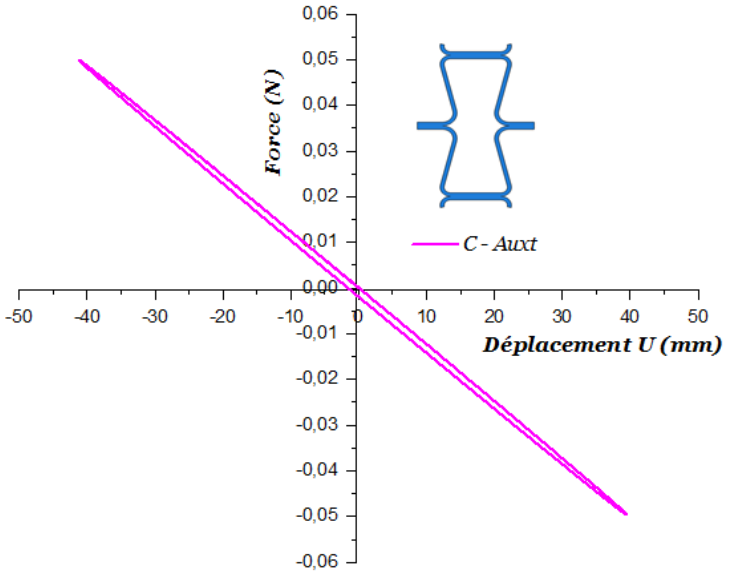


Fig. 4.21 Courbe d'amortissement hystérétique pour le modèle dans le plan et pour C-Auxt

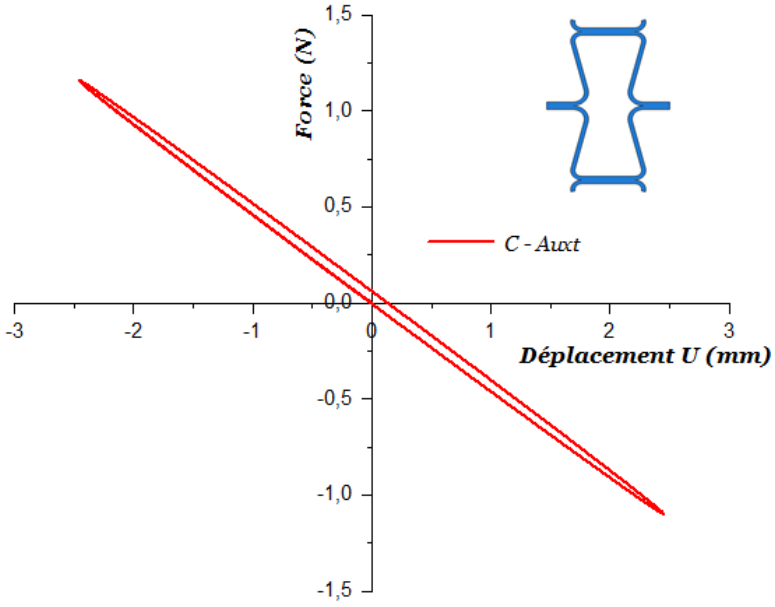


Fig. 4.22 Courbe d'amortissement hystérétique pour le modèle hors plan et pour C-Auxt

Tab. 4.9 Valeur de facteur de perte hystérétique η_{Hys} pour les deux modèles dans le plan et hors plan.

		C-Auxt	C-Conv	P-Zero	H-Auxt	H-Conv
η_{Hys}	*Dans le plan*	0,0286	0.0218	0,0236	0,02598	0,0187
	Hors plan	0,0430	0,0376	0,0391	0,04235	0,0291

La figure 4.22 représente une boucle d'hystérésis de facteur de perte égale à 0.043 pour la cellule C-Auxt.

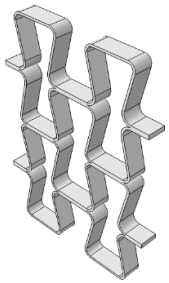
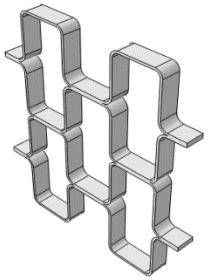
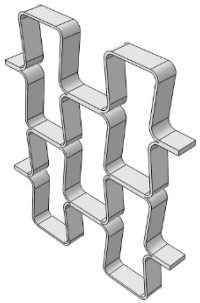
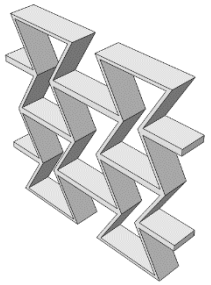
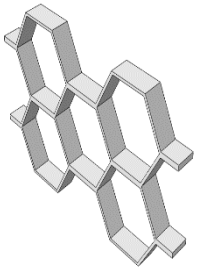
Les résultats tirés de l'ellipse d'hystérésis des figures 4.21 et 4.22 sont présentés dans le tableau 4.8. Comme le nid-d'abeilles est nettement plus rigide dans la direction 3 par rapport aux autres directions dans le plan ($E_3 >> (E_1, E_2)$) (Voir chapitre 2), le facteur de perte hystérétique η_{hys} de la topologie C-Auxt est plus grande de 14.21 % et 3.32% que les topologies C-Conv et H-Auxt respectivement et 32.61% pour la topologie H-Conv. La topologie H-Conv présente l'amortissement le plus faible dans les deux directions (tableau 4.9).

La présence du cœur du nid d'abeilles apporte donc une composante importante à l'amortissement global de la plaque puisqu'il couvre la totalité des zones cisaillées.

Les facteurs de perte pour chaque type d'analyse et pour les cinq topologies de cellules sont récapitulés dans le tableau 4.10.

4.10 Récapitulation

Tab. 4.10 : Les facteurs de perte des différentes analyses et pour les cinq topologies de cellules

						
Facteur de perte pour chaque type d'analyse	Modèle	C-Auxt	C-Conv	P-Zero	H-Auxt	H-Conv
Réponse en fréquence η_f	Dans le plan	0,05636	0,046521	0,044257	0,041446	0,043156
	Hors plan	0.08826	0.087319	0,086753	0,079825	0,082655
Quasi statique η_q	Dans le plan	0,00694	0,00683	0,00693	0,00684	0,00682
	Hors plan	0,00260	0,002300	0,002446	0,002853	0,002102
Hystérétique η_{Hys}	Dans le plan	0,02861	0.02182	0,02366	0,02598	0,01871
	Hors plan	0,04303	0,03768	0,03914	0,04235	0,02913

4.11 Remarques et conclusions

L'objectif principal de ce chapitre est d'étudier la capacité d'amortissement des plaques de sandwich en nid-d'abeilles avec des noyaux viscoélastiques et l'effet de la géométrie des cellules unitaires sur l'amortissement structural des plaques sandwich. Ce travail se plaçait dans la continuité des travaux déjà réalisés au sein du laboratoire.

À partir des résultats trouvés dans cette partie, on a pu dégager les remarques et les conclusions suivantes :

- L'analyse en vibrations libres a montré que les plaques sandwich avec noyau en nid-d'abeilles classique (H-Auxt- H-Conv) montrent des fréquences modales non amorties les plus élevées par rapport aux autres configurations. La courbure des parois à jouer un rôle prédominant dans la souplesse de la structure en nid-d'abeilles dans le plan.
- L'insertion d'un noyau viscoélastique rend la structure plus flexible et engendre une baisse dans les fréquences de résonance et contrôle également les amplitudes résonantes
- Les facteurs de pertes calculés par la méthode de bande passante ont montré également que la topologie auxétique à une capacité d'amortissement plus élevée par rapport aux autres topologies, pour les différentes directions de chargement.
- La présence des parois courbées conduit à une réduction de la rigidité dans le plan, le comportement devient plus auxétique et flexible favorisant un facteur de perte plus élevé par rapport aux topologies classiques.

L'analyse de l'effet de l'amortissement viscoélastique dans les plaques sandwich pour plusieurs topologies de cellules constituant le cœur en nid-d'abeilles a conduit aux conclusions suivantes :

- Le but d'un traitement d'amortissement efficace est d'ajouter le matériau viscoélastique à un endroit tel qu'il se produise la plus grande déformation cyclique dans le matériau d'amortissement.

- Les propriétés viscoélastiques sont efficaces pour des sollicitations axiales, mais aussi en cisaillement. C'est d'ailleurs en cisaillement que le matériau est le plus déformé et présente également les meilleures propriétés en matière d'amortissement. C'est pourquoi les applications actuelles se concentrent sur une utilisation en cisaillement des matériaux viscoélastiques.

- La structure alvéolaire du nid-d'abeilles travaille fortement en cisaillement et permet donc de dissiper de l'énergie sous forme de chaleur. En fait, l'insertion d'un cœur viscoélastique sur toute la surface de la plaque est très efficace.
- La dissipation d'énergie est décrite efficacement par le facteur d'amortissement pour le modèle rhéologique linéaire standard. Ce coefficient peut être considéré comme une constante ou une fonction des paramètres du mouvement en régime permanent, tels que l'amplitude et la fréquence.
- La géométrie de la cellule à un effet significatif sur la réponse dynamique du panneau pour les diverses sollicitations dynamiques.
- Le cœur en cellule auxétiques à parois courbées présente les facteurs de perte les plus élevés pour les deux types de matériaux.
- L'amortissement structural (ou hystérétique), basé sur le concept d'un module complexe, peut souvent être efficacement utilisé dans le calcul.
- L'amortissement visqueux est choisi particulièrement pour la concordance mathématique. Dans un système avec amortissement visqueux, et si la force d'amortissement dépend linéairement de la vitesse, le mouvement est périodique. L'énergie absorbée par le cycle dépend linéairement de la fréquence de l'oscillation, en conséquence l'amortissement dépend seulement de la fréquence du processus.

4.12 Références

[1] E M Kerwin Jr, "Damping of Flexural Waves by a Constrained Viscoelastic Layer", The Journal of the Acoustical Society of America, 1959, Vol 31, Number 7.

[2] Zhuang Li, "Vibration and Acoustical Properties of Sandwich Composite Materials", Dissertation of Doctor of Philosophy, 2006 , Auburn University.

[3] B J Lazan, "Damping of Materials and Members in Structural Mechanics", First Edition, 1968, Pergamon Press Inc.

[4] Mohan D Rao, " Recent applications of viscoelastic damping for noise control in automobiles and commercial airplanes", Journal of Sound and Vibration 262(2003) 457-474

[5] A Kareem, K Gurley, " Damping in structures: its evaluation and treatment of uncertainity", Journal of wind engineering and Industrial Aerodynamics 59 (1996) 131-157

[6]. Victor Birman, Larry W Bard, "Analytical Evaluation of Damping in Composite and Sandwich structures", AIAA Journal, Vol 40, No 8, August 2002

[7] Woo-Young Jung, Amjad J Aref, " A combined honeycomb and solid viscoelastic material for structural damping applications", Mechanics of Materials 35(2003) 831-844

[8] Obesrt H 1952, "Uber die Damping der Biege schwingungen dunner Bleche durch fest haftende Belage. Acustica 2,181-194

[9] R. A. DiTaranto, "Theory of Vibratory Bending for Elastic and Viscoelastic Layered Finite-Length Beams", ASME Journal of Applied Mechanics. 32, 881-886 (1965)

[10] Ungar,E.E.,Ross,D.,1959. "Damping of flexural vibrations by alternate viscoelastic and elastic layers. In:Proceedings of the Fourth Conference on Solid Mechanics.University of Texas, Austin, TX.

[11] E. E. Ungar and E. M. Kerwin, "Loss Factors of Viscoelastic System in Terms of Energy Concepts", Journal of the Acoustical Society of America. 34(7), 954-957 (1962)

[12] C. D. Johnson, D. A. Kienholz, "Finite element prediction of damping in structures with constrained viscoelastic layers", AIAA Journal. 20(9), 1284-1290 (1981)

[13] D. J. Mead, S. Markus, "Loss Factors and Resonant Frequencies of Encastre Damped Sandwich Beam", Journal of Sound and Vibrations. 12(1), 99-112 (1970)

[14] R Plunkett, C T Lee, "Length optimization for constrained viscoelastic layer damping", AFML-TR-68-376

[15] Gang Wang, Norman M Werely, "Analysis of Sandwich plates with Viscoelastic damping using Two-dimensional plate modes", AIAA Journal Vol 41, No 5, 2003

[16] Kamel Amichi, Noureddine Atalla, " A New 3D Finite element for sandwich beams with a viscoelastic core", [DOI:10.1115/1.3025828]

[17] J Ju, J D Summers, J Ziegert, J and G Fadel, G, "Design of Honeycomb Metamaterials for High Shear Flexure", In Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conferences, DETC2009-87730, San Diego, CA (2009).

[18] J Ju, J D Summers, J Zigert and G Fadel, "Cyclic Energy Loss of Honeycombs under In-plane loading", In Proceedings of the ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, IMECE2009-12658, Lake Buena, Florida.

[19] Ronald F Gibson, "Principles of Composite Material Mechanics" 1994, McGraw-Hill 30 BME 456: Biosolid Mechanics: Modeling and Applications, Section 7, Constitutive Equations, Viscoelasticity

[20] Bilim Atli-Veltin, "Effect of geometric parameters on the in-plane crushing behaviour of honeycombs and honeycombs with facesheets", Dissertation of Doctor of Philosophy, Pennsylvania University.

[21] ABAQUS 6.9 Documentation.

[22] Leonardo Meirovitch, " Fundamentals of Vibrations" International edition 2001.

[23] Cugnoni J « Identification par recalage modal et fréquentiel des propriétés constitutives de coques ». Thèse de Doctorat. Université de Lausanne-2005,.